

Expoente de relaxação no Mapa de Smith e Slatkin

Larissa C. N. Ramos^{1*}, Edson Denis Leonel², Juliano Antonio de Oliveira¹

¹Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP, Câmpus de São João da Boa Vista, SP. ² Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- UNESP - Câmpus de Rio Claro, SP.

*e-mail: larissa.raamos05@gmail.com

1st Perspectives on Oscillation Control

Introdução

Sistemas dinâmicos não lineares vêm despertando o interesse nos estudos de muitos pesquisadores ao longo dos anos. Tais sistemas podem ser descritos por mapeamentos que dependem de parâmetros de controle. Tais parâmetros controlam a dinâmica do sistema, assim conforme esses parâmetros são variados o sistema pode apresentar comportamentos distintos. Neste trabalho, consideramos o mapa de Smith e Slatkin, um mapa unidimensional discreto utilizado para descrever a dinâmica de populações biológicas. Definido o modelo procuramos compreender e descrever o expoente de relaxação para o estado estacionário próximo à bifurcação [1].

Resultados e Discussões

O mapa de Smith e Slatkin é definido por:

$$X_{n+1} = \frac{r x_n}{1 + (\alpha x_n)^\gamma}, \quad eq. (1)$$

onde, r, α e γ são parâmetros e x é uma variável dinâmica. Por tratar de um modelo populacional x_n é a variável que define o número de indivíduos no n -ésimo intervalo de tempo e r é a taxa de crescimento populacional. Na Figura 1 (a) temos o diagrama de bifurcações, onde podemos observar as regiões caóticas e periódicas.

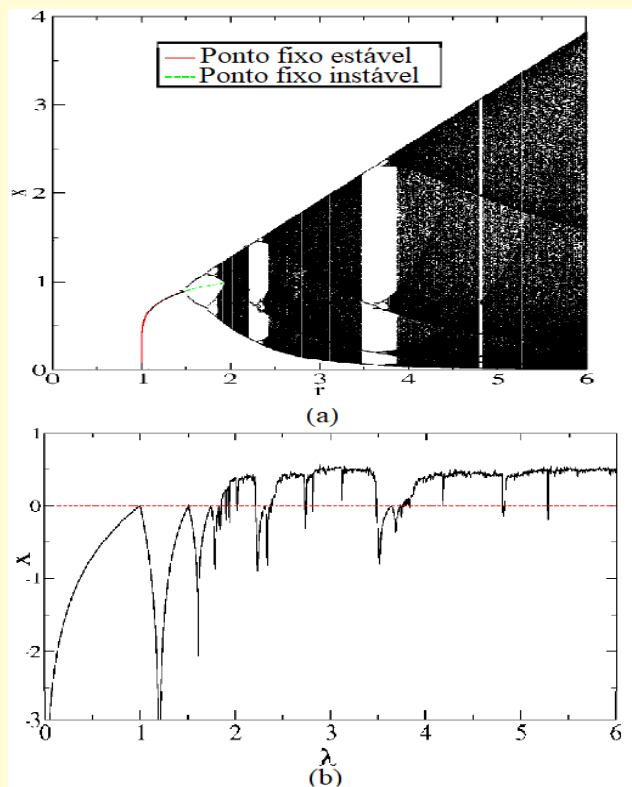


Figura 1 – (a) Diagrama de bifurcações (b) Expoentes de Lyapunov para $\gamma = 6$, $\alpha = 1$ e $x_0 = 0,1$.

A figura 1(b) mostra o comportamento dos expoentes de Lyapunov que caracteriza o caos nas trajetórias do mapeamento. Expoentes positivos definem o sistema como caótico. Também é válido discutir a dinâmica nos casos em que $\mu \neq 0$, onde $\mu = r_c - r$. Sendo μ a distância da bifurcação em $r_c = 1$. Nesses casos a convergência para o estado estacionário é marcada por uma lei exponencial do tipo: $x(n, \mu) \propto e^{-n/\tau}$, onde τ é o tempo de relaxação descrito por $\tau = \mu^\delta$, de modo que δ é o tempo de relaxação, mostrado na Figura 2.

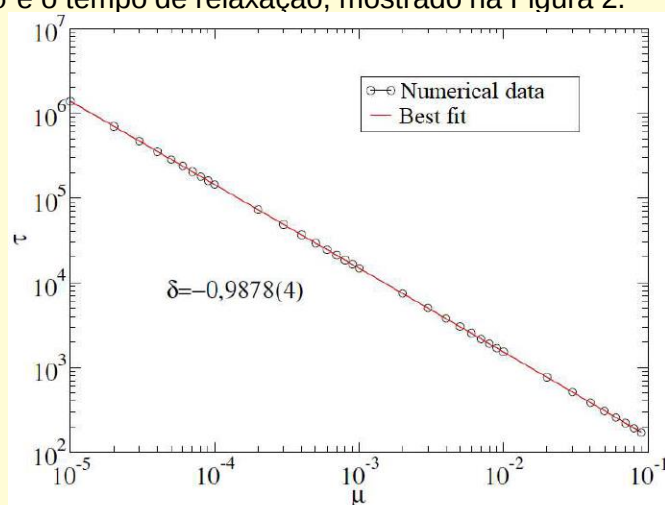


Figura 2 – Tempo de relaxação para $\gamma = 6$ e $\alpha = 1$.

Conclusões

Através desse trabalho foi possível definir o mapa de Smith e Slatkin, obter analiticamente os pontos fixos e determinar analiticamente o expoente de relaxação para o estado estacionário. É válido lembrar que esse procedimento é geral e pode ser aplicado em outros problemas.

Referências

- [1] de Oliveira, J. A., Ramos, L. C. N., Leonel, E. D. **Chaos, Solitons and Fractals** 108 (2018), 119-122.

Agradecimentos: FAPESP(2017/17294-8, 2018/14685-9) e CNPq (303242/2018, 421254/2016-5, 311105/2015-7).

