# Um estudo da dinâmica do mapa Hassell perturbado

L.S. Nunes[1*], E.D. Leonel[2], J.A. de Oliveira[3]

[1]UNESP, Rio Claro, [2]UNESP, Rio Claro, [3]UNESP,São João da Boa Vista

*leonardo.nunes@unesp.br

1st Perspectives on Oscillation Control

## Introdução

Nesse trabalho vamos estudar um sistema dinâmico unidimensional com tratamento temporal discreto chamado mapa Hassell perturbado, o modelo descreve inicialmente o crescimento de uma determinada população de insetos [1]. O objetivo do trabalho será analisar o comportamento do mapa através do diagrama de bifurcações e expoentes de Lyapunov, em especial determinar um parâmetro crítico na qual é possível observar uma transição de bacia de atração no sistema. O mapa é descrito da seguinte forma:

$$N_{n+1} = \frac{N_n \lambda (1 + b_n \varepsilon)}{(1 + \alpha N_n)^{\gamma}}, \qquad (1)$$

A equação (1) descreve a dinâmica do mapa onde $N_n$ pode ser interpretado como uma geração da população de insetos, $\lambda$, $\alpha$ e $\gamma$ são parâmetros de controle, $\varepsilon$ representa a amplitude da perturbação e $b_n$ é o termo da perturbação paramétrica que pode ser escrito da forma $b_n = -1^n$ ou $b_n = -1^{n+1}$.

## Resultados e Discussões

É possível estudar alguns aspectos da dinâmica do mapa através do diagrama de bifurcações que foi obtido através da iteração da equação (1) e variando o parâmetro de controle $\lambda$, o resultado do processo é dado pela figura 1.

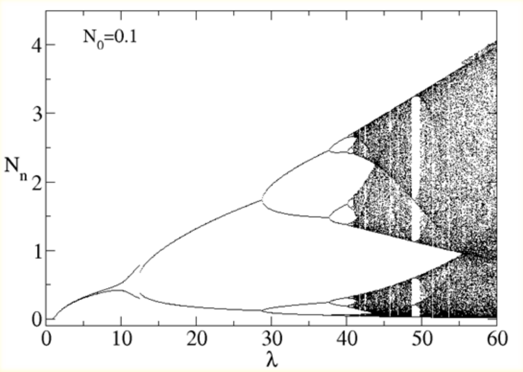


Figura 1. Diagrama de bifurcações com condição inicial $N_0 = 0.1$ e parâmetros $\alpha = 1$, $\gamma = 6$ e $\varepsilon = 0.01$.

Podemos observar na figura 1 uma bifurcação transcrítica e duplicações de períodos até alcançar um comportamento caótico. Para caracterizar o caos utilizamos os expoentes de Lyapunov definidos como:

$$\Lambda = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(N_i)|, \qquad (2)$$

onde $f'(N_i)$ é derivada da equação (1).

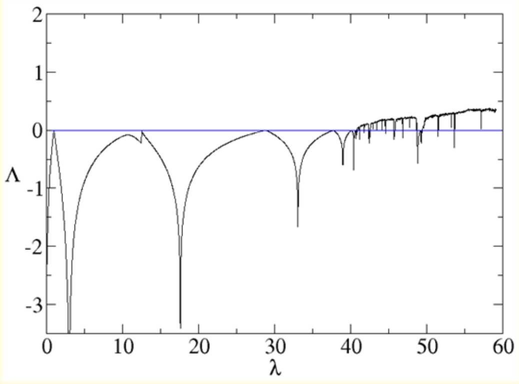


Figura 2. Expoentes de Lyapunov do mapa Hassell perturbado para $\alpha = 1$, $\gamma = 6$, $\varepsilon = 0.01$ e $N_0 = 0.1$.

A figura 2 mostra os expoentes de Lyapunov que fornece informações sobre os pontos de bifurcações em $\Lambda = 0$ e comportamentos caóticos para $\Lambda > 0$.

A partir do diagrama de bifurcações foi possível determinar numericamente um valor de parâmetro crítico que caracteriza a região onde ocorre a mudança de bacia de atração na figura (1), $\lambda_c = 12.5297916156\ldots$, sendo assim é possível iterar o mapa para $\lambda < \lambda_c$ e observar a transição de bacia como é mostrado na figura 3.

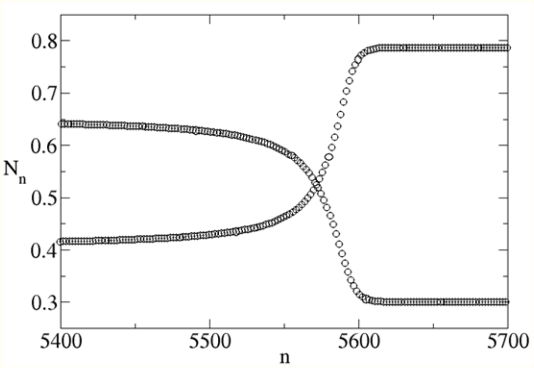


Figura 3. Mudança de bacia de atração do mapa Hassell perturbado para $\lambda < \lambda_c$ e $N_0 = 0.1$.

## Conclusões

Nesse trabalho consideramos o mapa Hassell com perturbação paramétrica. Através da análise do diagramas de bifurcações podemos identificar um valor de parâmetro crítico e a partir desse resultado observar a mudança de bacia de atração. Esperamos obter no futuro um expoente de transiente que caracteriza a mudança de bacia de atração.

## Referências

[1] M.P. Hassell. Density-dependence in single-species populations, **The Journal of Animal Ecology**, vol. 44, 283-295, 1975.

[2] J.A. de Oliveira, H. M. J. de Mendonça, D.R. da Costa and E.D. Leonel. Effects of a parametric perturbation in the Hassell mapping. **Chaos, Solitons and Fractals**, vol. 113, 238-243, 2018.

## Agradecimentos:

Os autores agradecem ao CNPq (303242/2018-3, 421254/2016-5, 311105/2015-7) e a FAPESP (2018/14685-9) agências brasileiras.