

# Mapa Logístico Perturbado: um estudo sobre o tempo transiente

Julia G. de S. ROCHA<sup>1</sup>, Joelson D. V. HERMES<sup>2</sup>, Diogo R. da COSTA<sup>3</sup>

<sup>1</sup>UNESP - *Campus Rio Claro*

juliagabrielerocha@hotmail.com

<sup>2</sup>IFSULDEMINAS - *Campus Inconfidentes*

joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br

<sup>3</sup>UEPG - *Campus Uvaranas*

diogocost2@gmail.com



## Introdução

Historicamente o Mapa Logístico foi descrito pelo biólogo Robert May em 1976, por meio de um modelo matemático que tinha como objetivo modelar o crescimento populacional anual de algumas espécies [3]. O campo de aplicações do Mapa Logístico é bem amplo, desta forma, o Mapa Logístico Perturbado vem contribuir e aumentar a gama de problemas que podem ser modelados por essa equação, tornando cada vez mais possível descrever de maneira satisfatória sistemas desta natureza.

O Mapa Logístico Perturbado é descrito pela seguinte equação:

$$x_{n+1} = R_n x_n (1 - x_n) \tag{1}$$

com  $R_n = R + \epsilon(f(n))$ , em que  $f(n)$  é uma função periódica e  $\epsilon$  é a amplitude da perturbação.

## Objetivos

1. Descrever as características do Mapa Logístico Perturbado;
2. Investigar os efeitos e as possíveis consequências que a perturbação pode ocasionar na dinâmica do Mapa Logístico; e
3. Explorar o tempo de transiente na evolução da órbita.

## Resultados e Discussão

Para analisar as alterações provocadas pela inserção da perturbação no Mapa Logístico, realizamos a construção do diagrama de bifurcação na Figura 1, utilizou-se  $f(n) = \cos(n\pi)$ ,  $x_0 = 0,5$  e  $\epsilon = 0,01$ . Tais resultados numéricos foram obtidos por meio da escrita de um algoritmo em Fortran e os gráficos foram gerados pelo software Xmgrace.

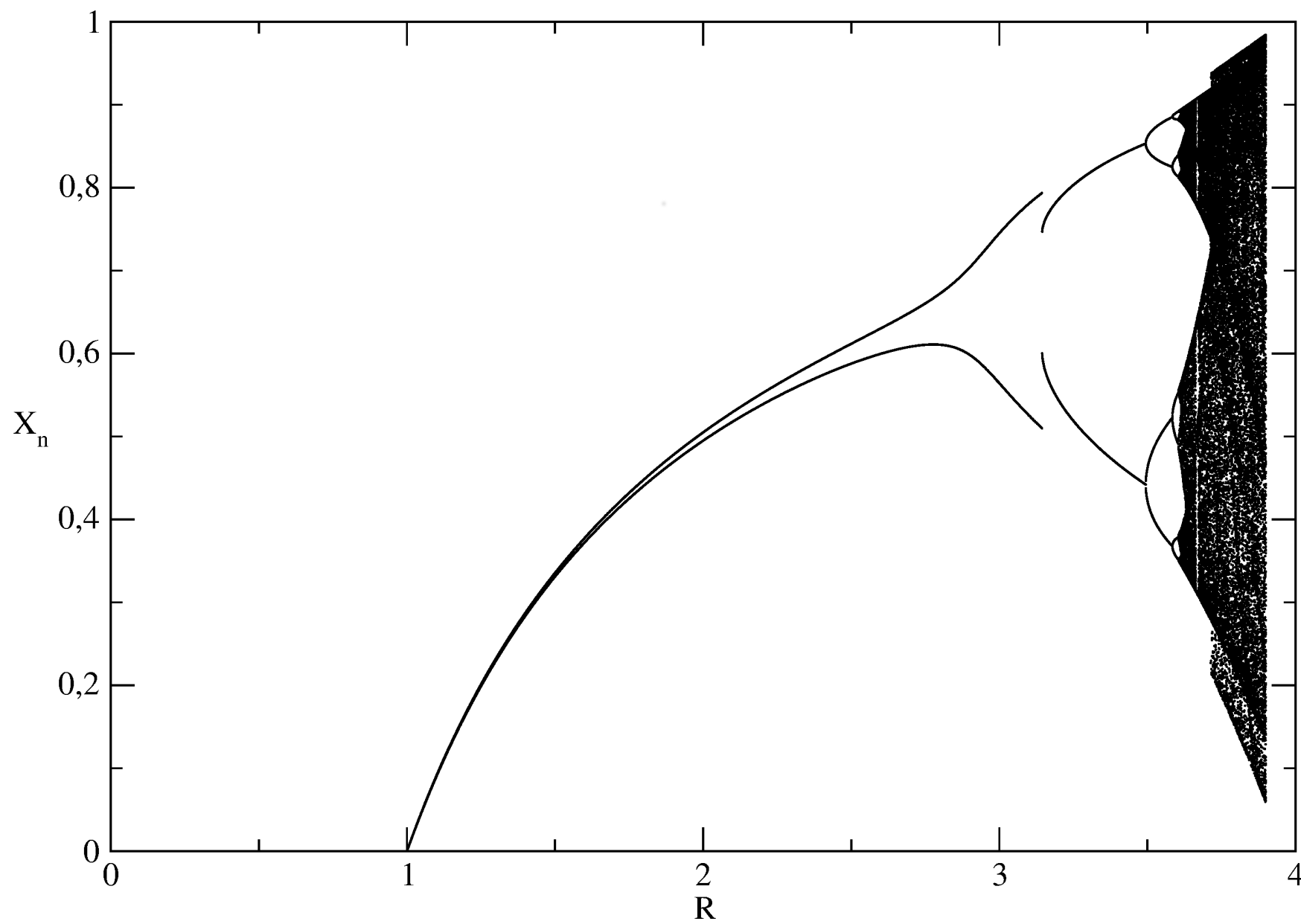


Figura 1: Diagrama de bifurcação para o Mapa Logístico Perturbado.

Ao inserirmos a perturbação uma descontinuidade ocorreu, isso mostra a enorme sensibilidade que o mapa apresenta quanto às condições iniciais.

Uma característica presente em diversos mapeamentos é o Expoente de Lyapunov, uma forma de configurar o comportamento caótico de um sistema, ou seja, é um indicador de caos [1]. A Figura 2 ilustra o diagrama de bifurcação juntamente com o expoente de Lyapunov.

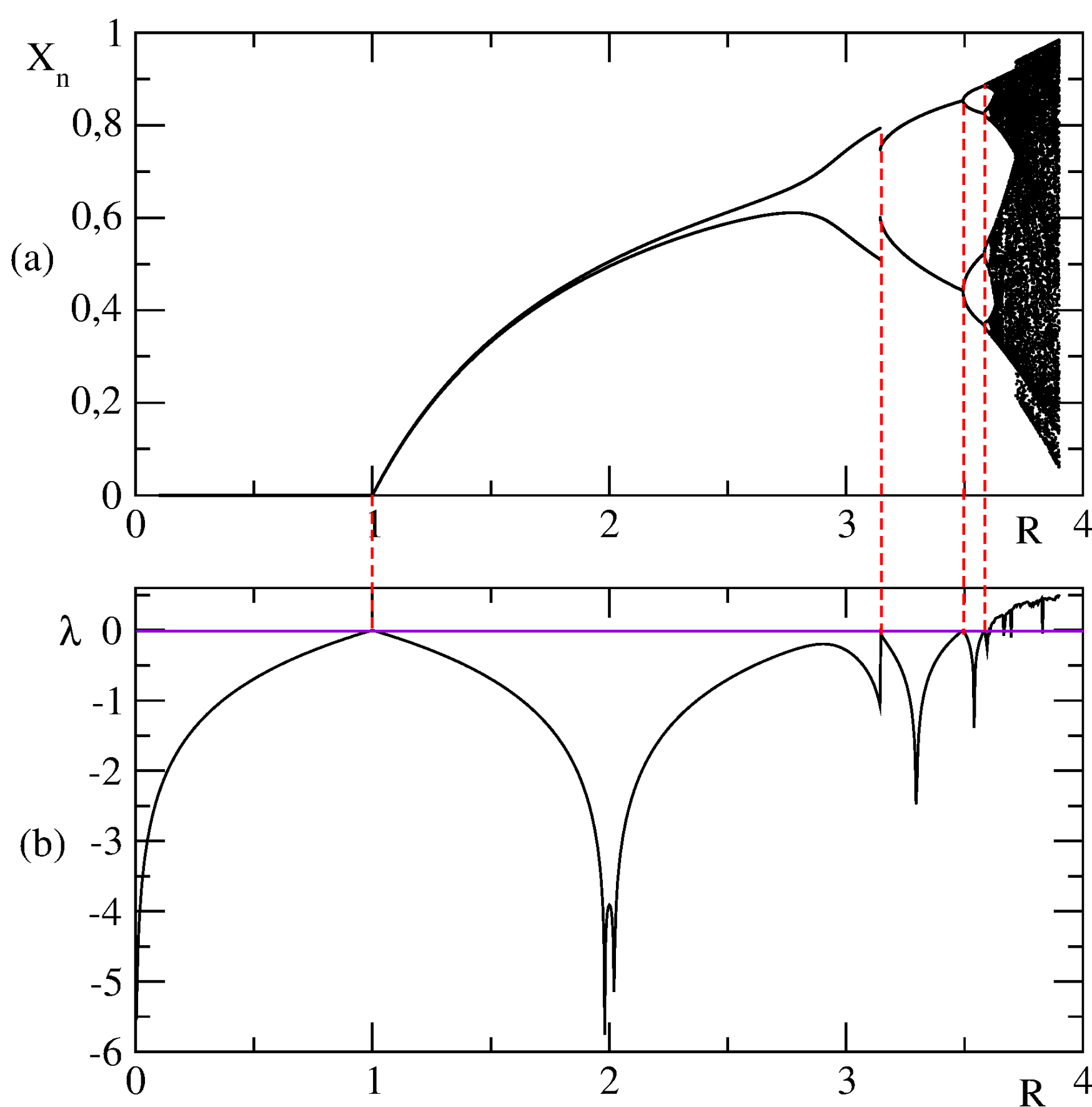


Figura 2: (a) Diagrama de bifurcação do Mapa Logístico Perturbado com (b) Expoente de Lyapunov.

## Tempo de Transiente

Realizamos a análise para valores de  $R$  próximo da descontinuidade exposta na Figura 1, na qual foi possível perceber que a órbita fica presa por determinado tempo. A figura 3 ilustra a evolução da órbita para  $R$  próximo da descontinuidade, através desta é possível verificar que a órbita fica presa por um número grande

de interações, tal comportamento é semelhante ao fenômeno de intermitência encontrado em outros mapeamentos.

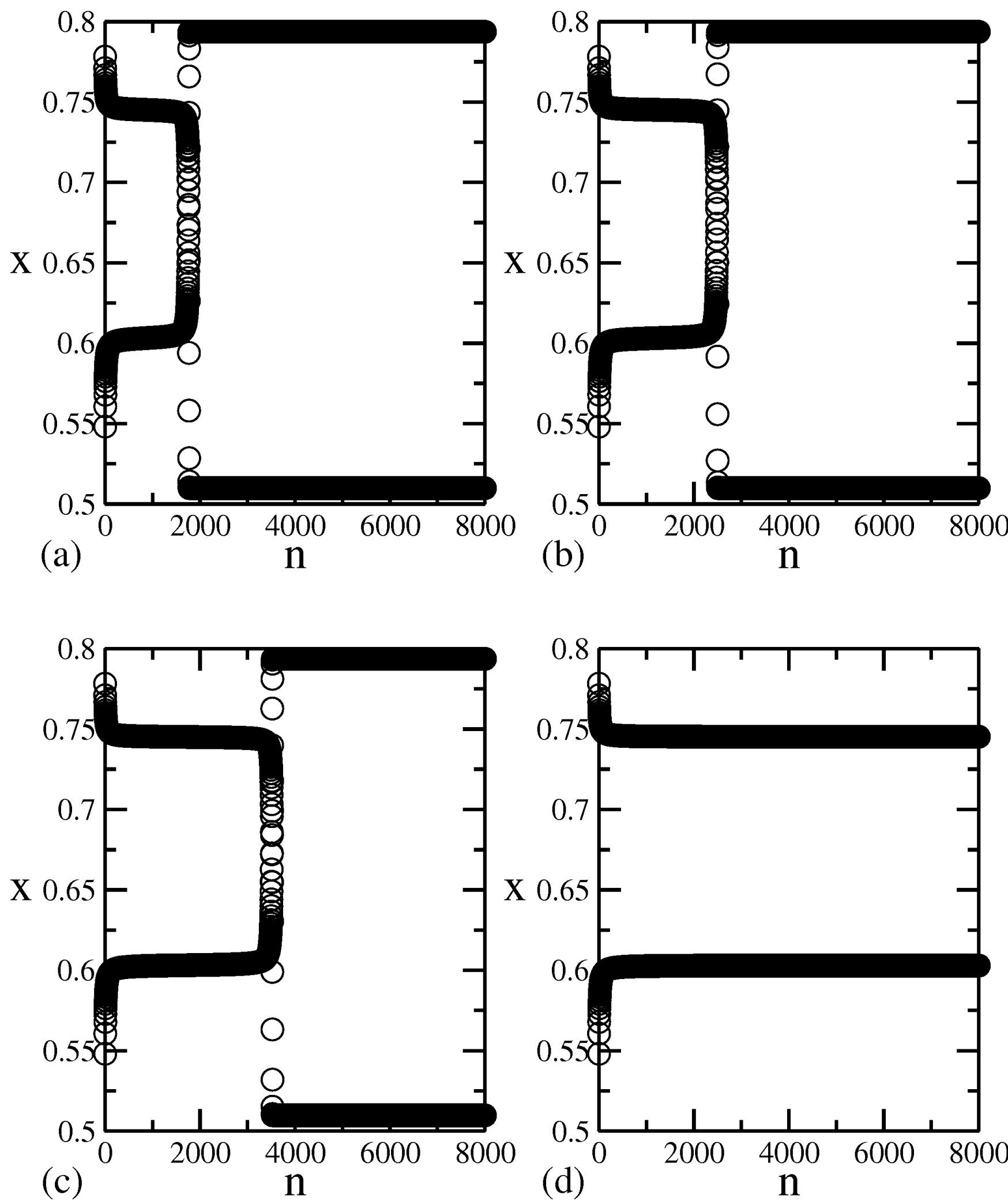


Figura 3: Órbita de  $x_0 = 0,5$ ,  $\epsilon = 0,01$  e  $R_c = 3.14439$  para (a)  $R = 3.14437$ , (b)  $R = 3.14438$ , (c)  $R = 3.144385$  e (d)  $R = 3.144391$ .

A Figura 3 descreve o mecanismo pelo qual a transição de um ponto fixo para outro ocorre, tal transição é caracterizada pelo tempo de transiente  $\tau$ . De acordo com [2] esse tempo diverge como

$$\tau \sim \mu^{-z}, \tag{2}$$

onde  $\mu = R_c - R$  é a distância que a órbita se encontra da descontinuidade e  $z$  um expoente característico.

A Figura 4 mostra a relação entre o tempo de transiente  $\tau$  e a distância da descontinuidade  $\mu$ , onde obtemos  $z = 0,49168$  por meio de um ajuste em lei de potência.

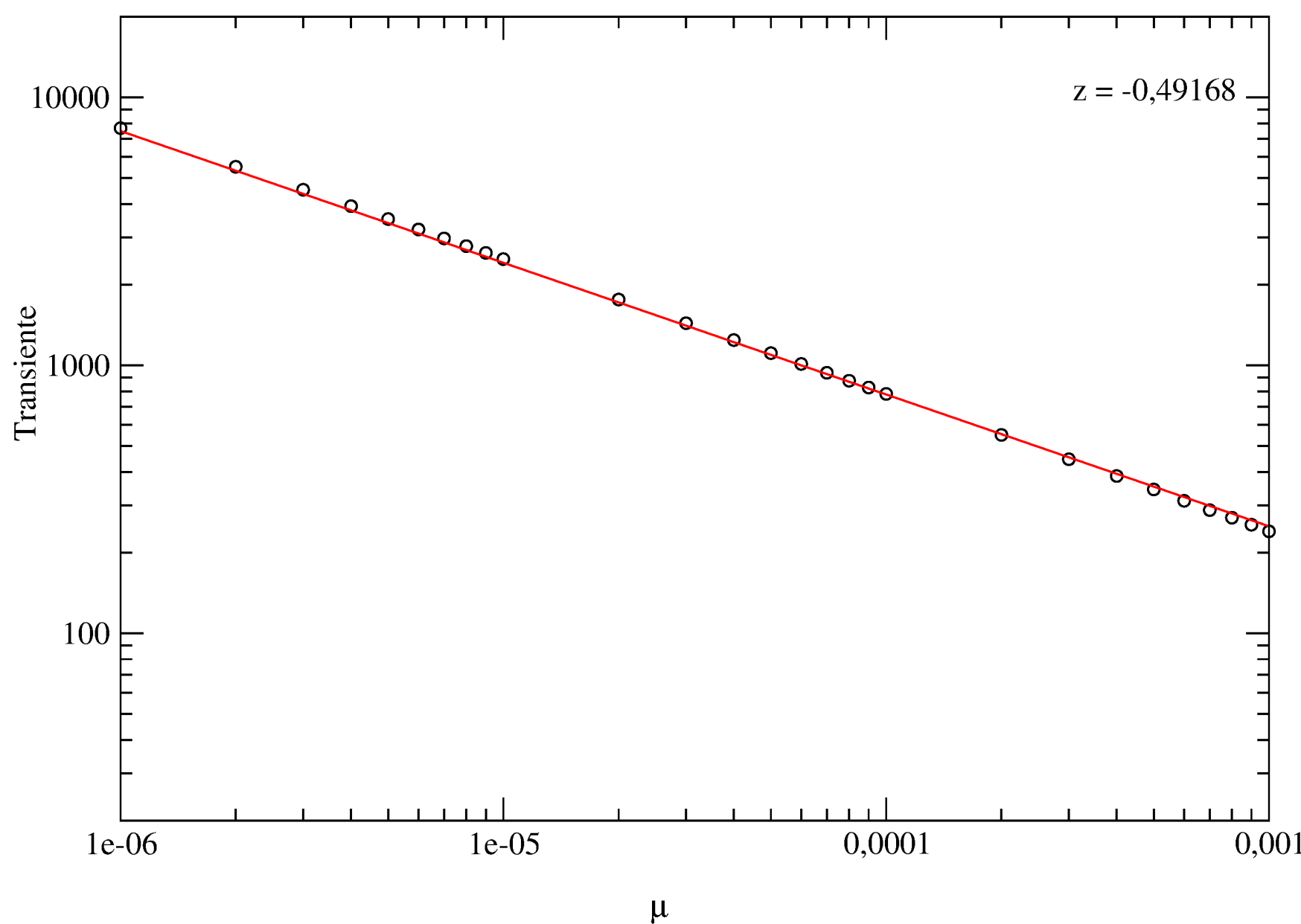


Figura 4: Tempo de transiente da órbita até o decaimento de um ponto fixo para outro.

## Conclusões

- Ao inserirmos a perturbação no Mapa Logístico, percebemos que este mapa torna-se extremamente sensível às condições iniciais;
- Encontramos o valor do expoente característico relacionado ao tempo de transiente.

## Referências

[1] HERMES, J. D. V. *Investigação de Escala para a Bifurcação Tangente no Mapa Logístico*. 35 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Acadêmico em Física Aplicada - UNESP - Campus Rio Claro, Rio Claro - SP., 2018.

[2] LEONEL, E. D.; SILVA, J. K. L.; KAMPHORST, S. O. *Transients in a time-dependent logistic map*. Physica A Statistical Mechanics and its Applications, v. 295, p. 280-284, jun. 2001.

[3] MAY, R. M. *Simple mathematical models with very complicated dynamics*. Nature, v. 261, p. 459-467, 1976.

## Agradecimentos

Ao grupo de pesquisa em Sistemas Complexos e Dinâmica Não Linear da UNESP – Campus Rio Claro.