

Modelagem de transtornos neurais como fenômenos de sincronização em uma rede complexa

J. F. OLIVEIRA *, M. A. OLIVEIRA, C. V. ABUD

Universidade Federal de Goiás, GO, Brasil

jonasferoliveira.ufg@gmail.com*

Resumo

A sincronização espontânea em sistemas interagentes é um fenômeno em que cada elemento ou objeto de um coletivo passa a ajustar sua dinâmica em um único comportamento coerente. Sistemas que apresentam sincronização têm sido identificados em diversas áreas: o pulsar bioluminescente síncrono de um enxame de vaga-lumes, o agrupamento sincronizado dos cardumes de sardinha, como mecanismo de defesa contra o ataque de predadores, células de marcapasso e neurociência são alguns exemplos de sistemas que exibem sincronização.

Palavras-Chave: Erdős-Rényi, Osciladores, Python, NetworkX.

Introdução

O estudo da sincronização em redes complexas neste trabalho é motivado por descobertas no campo da fisiologia [1, 2], que afirmam, transtornos neurais como epilepsia, mal de Parkinson e tremor essencial são fenômenos de sincronização das redes de neurônios do córtex cerebral FIG.(1-A). Logo, uma compreensão e caracterização dos mecanismos de sincronização neural pode ajudar no controle e no tratamento das disfunções neuronais.

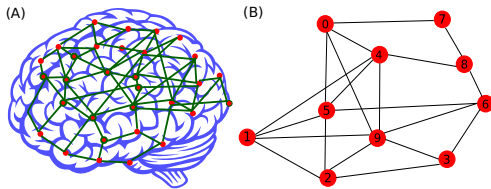


Figura 1: (A) Exemplo real de uma rede de amigos extraída da plataforma Instagram. (B) Representação de uma rede de neurônios inibidores e excitatórios do córtex cerebral.

O modelo de Kuramoto em Redes Complexas

A generalização do modelo de Kuramoto para uma rede complexa é dada por [3],

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \lambda \sum_{j=1}^N A_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad (1)$$

onde, A é a matriz de adjacência composta por elementos nulos ou unitários, λ o fator de acoplamento e ω_i a frequência natural, $i = 1, \dots, N$.

Seguindo a abordagem de [3] apresenta-se o parâmetro de ordem que mede a taxa de sincronização do modelo, a seguir o parâmetro de ordem local,

$$r_i e^{i\psi_i} = \sum_{j=1}^N A_{ij} e^{i\theta_j(t)}. \quad (2)$$

Por meio do qual é possível determinar um parâmetro de ordem global proporcional aos campos médios locais.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{\sum_{i=1}^N k_i}. \quad (3)$$

O fator de acoplamento crítico em redes complexas é definido por [3],

$$\lambda_c = \frac{2}{\pi g(\Omega)} \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}, \quad (4)$$

onde Ω é a frequência de sincronização, $\langle k \rangle$ e $\langle k^2 \rangle$ são primeiro e segundo momento, respectivamente, da distribuição $P(k)$ da rede usada.

Resultados

A seguir são apresentadas simulações do modelo de Kuramoto em uma rede complexa Eq.(1), FIG.(2-A/B) e um diagrama do panorama geral da sincronização no

modelo, parâmetro de ordem versus fator de acoplamento ($r \times \lambda_c$), FIG.(2-C):

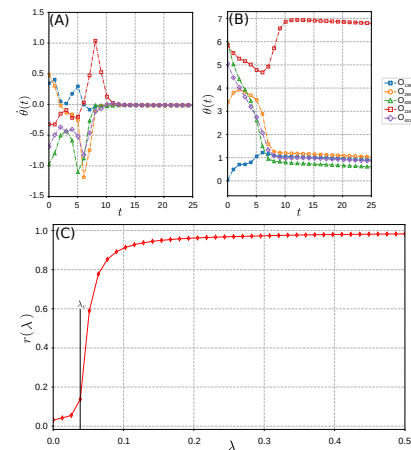


Figura 2: As simulações exibidas nas FIG.(2) foram realizadas distribuindo as fases de acordo com uma distribuição normal, com média 0.0 e variância $\sigma^2 = 0.25$ e topologia Erdős-Rényi com $\langle k \rangle = 20$. Nas figuras (A), frequências, e (B), fases, foram sorteados 5 osciladores numa população de $N = 1000$. Na figura (C) exibe-se a dinâmica do parâmetro de ordem em função do acoplamento λ , $\lambda = 0.04$.

Conclusão e Perspectiva

A determinação da rede complexa representativa do córtex cerebral e o modelo dinâmico de interação entre os objetos da rede (neurônios) são desafios a serem compreendidos e superados nesta área. Diante disso, uma das perspectivas do grupo de pesquisa é investigar os fenômenos de sincronização causadores de transtornos neurais por meio de um modelo matemático dinâmico dentro de uma rede complexa representativa, a fim de obter, por meio de simulações computacionais, uma compreensão dos padrões de sincronização em uma rede neural e, posteriormente, propor procedimentos de controle de sincronia capazes de inibir a ocorrência de tal fenômeno [4]. Por fim, a compreensão do modelo de Kuramoto em redes complexas alcançada até aqui fornece uma base para manipulação outras variações do modelo de Kuramoto que possuem parâmetros que abstraem características fisiológicas do córtex cerebral, tornando as simulações mais realistas.

Referências

- [1] JIRUSKA, Premysl, et al. Synchronization and desynchronization in epilepsy: controversies and hypotheses. The Journal of physiology, 2013, vol. 591, no 4, p. 787-797.
- [2] SADILEK, Maximilian; THURNER, Stefan. Physiologically motivated multiplex Kuramoto model describes phase diagram of cortical activity. Scientific reports, 2015, vol. 5, p. 10015.
- [3] ARENAS, Alex, et al. Synchronization in complex networks. Physics reports, 2008, vol. 469, no 3, p. 93-153.
- [4] PROTACHEVICZ, Paulo R., et al. Bistable firing pattern in a neural network model. Frontiers in computational neuroscience, 2019, vol. 13.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) processo (88881.127849/2016-01) e ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização da Universidade Federal de Goiás.