

Determinação de expoentes de Lyapunov do atrator de Rössler com sinais contaminados por ruído branco

Jayro do Nascimento Neto^{1*}, Rui Marcos Grombone de Vasconcellos², André Alves Ferreira³

^{1 2 3} Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Câmpus de São João da Boa Vista

*jayro.neto@unesp.br

1st Perspectives on Oscillation Control

Introdução

Os expoentes de Lyapunov constituem um dos invariantes mais empregados para caracterizar o caos, sendo inclusive utilizado para avaliar outros invariantes [1]. Os expoentes característicos de Lyapunov ou números de Lyapunov medem a taxa de divergência das trajetórias, sendo possível quantificar a dependência sensível às condições iniciais. Quando observamos esta dependência e identificamos ao menos um expoente de Lyapunov positivo, temos forte indício de caos no sistema [2].

Otto E. Rössler construiu em 1976 o sistema de Rössler [3] sendo este composto por três equações diferenciais.

Os parâmetros do sistema são a , b e c [4]. Com os parâmetros sendo variados, esse sistema simples pode apresentar diferentes comportamentos, Figura (1).

$$\dot{x} = -(y+z), \quad \dot{y} = x+ay, \quad \dot{z} = b+xz-cz \quad eq.(1)$$

Resultados e Discussões

Um atrator estranho caótico irá apresentar o maior expoente como positivo e assim será caracterizado (+,0,-). Quando o sinal é contaminado, Figura (2), o maior expoente de Lyapunov tende a atingir valores mais altos, conforme apresentados na Figura (3).

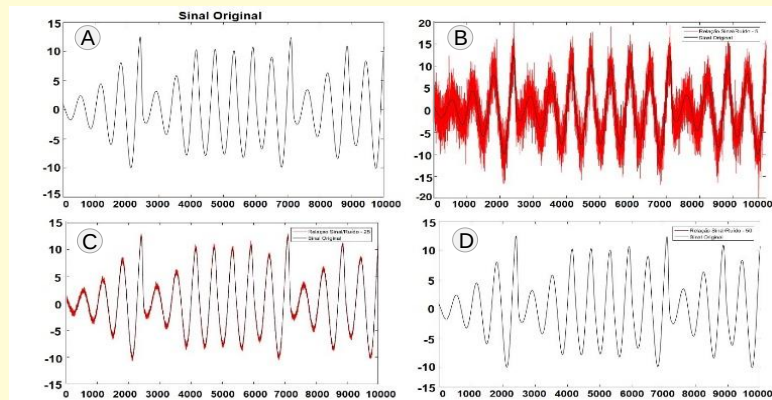


Figura 2 – a) Sinal Original b) Sinal/Ruído 5:1 c) Sinal/Ruído 25:1 d) Sinal/Ruído 50:1

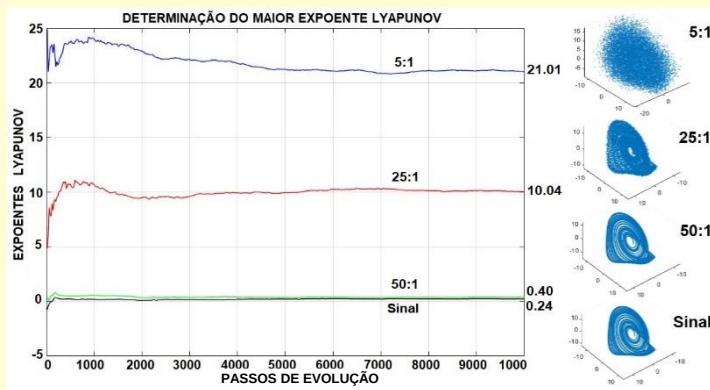


Figura 3 – Maior expoente de Lyapunov para os sinais analisados.

Um atrator ciclo limite irá apresentar o maior expoente como nulo e assim será caracterizado (0,-,-). Quando o sinal é contaminado, Figura (4), o maior expoente de Lyapunov deste atrator tende a atingir valores mais altos, surgindo expoentes positivos, apresentados na Figura (5).

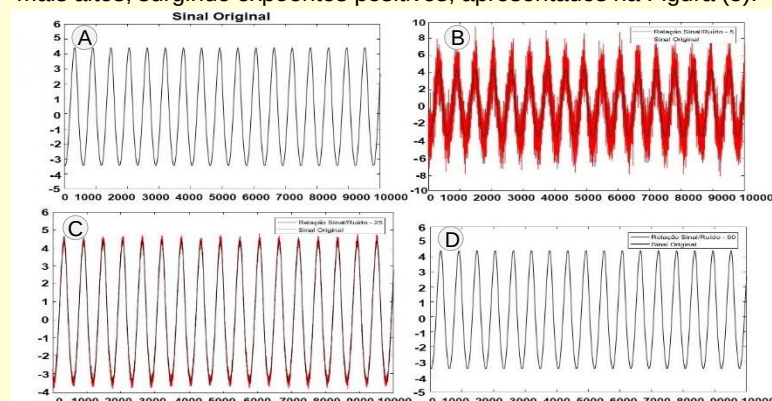


Figura 4 – a) Sinal Original b) Sinal/Ruído 5:1 c) Sinal/Ruído 25:1 d) Sinal/Ruído 50:1

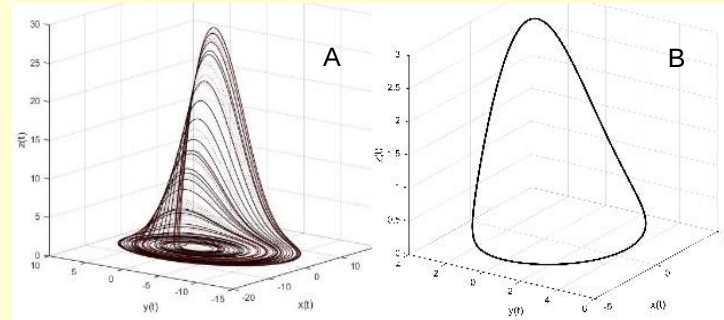


Figura 1 – (a) Atrator caótico $a = b = 0.2$ e $c = 6.3$,
(b) Atrator ciclo limite $a = b = 0.2$ e $c = 2.3$.

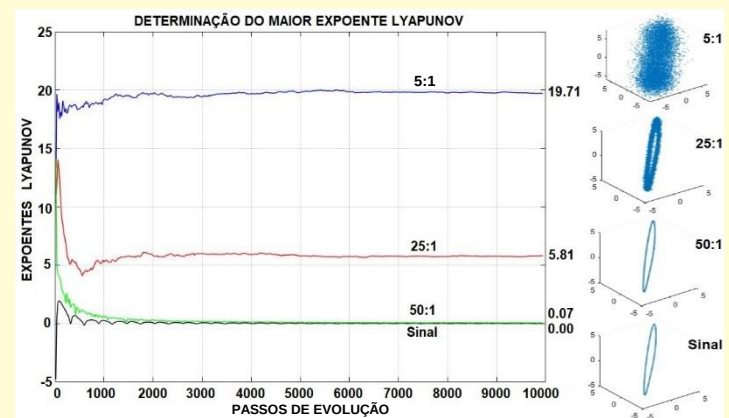


Figura 5 – Maior expoente de Lyapunov para os sinais analisados.

O algoritmo de Wolf et al. foi utilizado para a determinação do maior expoente de Lyapunov, o delay para reconstrução foi obtido pelo método da informação mútua.

Conclusões

Concluiu-se que os sinais coletados em experimentos ou situações reais, normalmente apresentam ruídos. Esses sinais contaminados se não forem filtrados antes de uma análise, podem ser caracterizados incorretamente.

- Mesmo o sinal que resulta em um atrator ciclo limite, por estar contaminado com ruído branco 25:1 apresentou expoente positivo e poderia ser caracterizado como caótico;
- Quanto menor esta relação sinal/ruído branco, maior foi o deslocamento do expoente. Na relação ruído branco 5:1 o valor do expoente salta para um alto valor;
- Uma caracterização incorreta pode colocar em risco todo projeto

Referências

- [1] Savi, M. A. **Dinâmica Não-linear e Caos** - 2a edição. 2017.
- [2] Ferrara, N.F., Prado, C.P.C. **Caos uma Introdução**. Editora Edgard Blucher. 1994.
- [3] Rössler, O.E. **An equation for continuous chaos**. Physics Letters. Vol. 57A. N.5.1976. pp.397–398.
- [4] Wolf, A., J.B. Swift, H.L. Swinney and etc., 1985. **Determining Lyapunov Exponents from a Time Series**. Physica, pp: 285-317.